

УДК 517.95

**О КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ
ДЛЯ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ВТОРОГО ПОРЯДКА**

С.С.МИРЗОЕВ, МУХАММЕД Д.КАРААСЛАН
Бакинский Государственный Университет
mirzoyevsabir@mail.ru

В работе найдены условия существования и единственности регулярных решений на конечном отрезке одной краевой задачи для операторно-дифференциальных уравнений второго порядка эллиптического типа. Эти условия выражены свойствами коэффициентов данного операторно-дифференциального уравнения.

Ключевые слова: *операторно-дифференциальное уравнение, регулярное решение, гильбертово пространство, краевая задача, нормальный оператор.*

Пусть H - сепарабельное гильбертово пространство, A - нормальный оператор, спектр которого содержится в угловом секторе $S_\varepsilon = \{\lambda : |\arg \lambda| \leq \varepsilon, 0 \leq \varepsilon < \pi/2\}$. Тогда оператор A можно представить в виде $A = UC$, где C - положительно-определенный самосопряженный оператор, а U - унитарный оператор в H . Как известно $H_\gamma = D(C^\gamma)$ гильбертово пространство со скалярным произведением $(x, y)_\gamma = (C^\gamma x, C^\gamma y)$, $\gamma \geq 0$, причем при $\gamma = 0$ же считаем, что $H_0 = H$.

Обозначим через $L_2((a, b); H)$ гильбертово пространство вектор-функций $f(t)$, определенных почти всюду в интервале (a, b) , со значениями в H , для которых

$$\|f\|_{L_2((a, b); H)} = \left(\int_a^b \|f(t)\|^2 dt \right)^{1/2} < +\infty.$$

Здесь $-\infty \leq a < b \leq +\infty$. Следуя монографии [1] определим гильбертово пространство

$$W_2^2((a, b); H) = \{u : u'' \in L_2((a, b); H), C^2 u \in L_2((a, b); H)\}$$

с нормой

$$\|u\|_{W_2^2((a,b);H)} = \left(\|u''\|_{L_2((a,b);H)}^2 + \|C^2 u\|_{L_2((a,b);H)}^2 \right)^{1/2} /$$

Здесь и в дальнейшем, производные понимаются в смысле теории распределений.

При $a = -\infty, b = +\infty$ считаем, что $L_2((-\infty, +\infty); H) = L_2(R; H)$ и $W_2^2((-\infty, +\infty); H) = W_2^2(R; H)$.

Рассмотрим в пространстве H краевую задачу

$$P(d/dt)u(t) = -u''(t) + A_1 u'(t) + A_2 u(t) + A^2 u(t) = f(t), \quad t \in (0, T), \quad (1)$$

$$u(0) = \varphi_0, \quad u(T) = \varphi_1, \quad (2)$$

где $f(t), u(t)$ - функции, определённые в интервале $(0, T), T > 0$, со значениями в H , $\varphi_0, \varphi_1 \in H$, а операторные коэффициенты удовлетворяют условиям:

1) A -нормальный оператор в H с спектром в секторе

$$S_\varepsilon = \left\{ \lambda : |\arg \lambda| \leq \varepsilon, 0 \leq \varepsilon < \frac{\pi}{2} \right\};$$

2) $B_j = A_j A^{-j}, j = 1, 2$ суть ограниченные операторы в H .

Определение 1. Если при $f(t) \in L_2((0, T); H)$ существует вектор-функция $u(t) \in W_2^2((0, T); H)$, удовлетворяющая уравнению (1) почти всюду в $(0, T)$, то будем говорить, что $u(t)$ есть регулярное решение уравнения (1).

Определение 2. Если при любом наборе $f(t) \in L_2((0, T); H), \varphi_0, \varphi_1 \in H_{3/2}$ существует регулярное решение $u(t)$ уравнения (1), удовлетворяющее граничные условия (2) в смысле сходимости

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t) - \varphi_0\|_{3/2} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow T-0} \|u(t) - \varphi_1\|_{3/2} = 0$$

и имеет место оценка

$$\|u\|_{W_2^2((0, T); H)} \leq \text{const} (\|f\|_{L_2(R_+; H)} + \|\varphi_0\|_{3/2} + \|\varphi_1\|_{3/2}),$$

то задача (1), (2) называется регулярно разрешимой.

В данной работе мы найдем условия регулярной разрешимости задачи (1), (2). Отметим, что при $T = \infty$ эта задача исследована многими авторами, когда A - самосопряженный положительный оператор [2-6], а в работе [7], когда A - нормальный оператор. В работе [8] эта задача изучена на конечном отрезке в случае, когда A - самосопряженный положительный оператор.

Сперва рассмотрим краевую задачу

$$P_0(d/dt)u = -u''(t) + A^2 u(t) = f(t), \quad t \in (0, T), \quad (3)$$

$$u(0) = \varphi_0, u(T) = \varphi_1. \quad (4)$$

Для исследования задачи (3), (4) введем полное подпространство пространства $W_2^2((0, T); H)$,

$$W_2^2((0, T); H) = \{u : W_2^2((0, T); H), u(0) = u(T) = 0\}.$$

Имеет место следующая

Теорема 1. Пусть выполняется условие 1). Тогда задача (3), (4) регулярно разрешима.

Доказательство. Легко видеть, что вектор-функция

$$u_0(t) = e^{-At} x_0 + e^{-A(T-t)} x_1 \quad (5)$$

при $x_0 = (E - e^{-2At})^{-1}(\varphi_0 + e^{-At} \varphi_1)$, $x_1 = \varphi_1 - e^{-At}(E - e^{-2At})^{-1}(\varphi_0 + e^{-At} \varphi_1)$ принадлежит пространству $W_2^2((0, T); H)$, удовлетворяет уравнению $P_0(d/dt)u(t) = 0$. Отметим, что при выполнении условия 1) оператор $E - e^{-2At}$ обратим в H . Тогда после замены $u(t) = \omega(t) + u_0(t)$ получаем, что $\omega(t)$ является регулярным решением задачи

$$P_0(d/dt)u = g(t), \quad t \in (0, T) \quad (3)$$

$$u(0) = 0, u(T) = 0 \quad (4)$$

где $g(t) = f(t) - A_1 u_0'(t) - A_2 u_0(t)$. Из условия $u_0(t) \in W_2^2((0, T); H)$ и из теоремы о следах следует, что

$$\|g(t)\|_{L_2((0, T); H)} \leq \|f\|_{L_2((0, T); H)} + \text{const}(\|\varphi_0\|_{\frac{1}{2}} + \|\varphi_1\|_{\frac{1}{2}}).$$

Покажем, что задача (3), (4) регулярно разрешима. Очевидно, что для этого достаточно доказать, что оператор $P_0 : W_2^2((0, T); H) \rightarrow L_2((0, T); H)$ есть изоморфное отображение. Из вида $u_0(t)$ видно, что при $\varphi_0 = \varphi_1 = 0$ $u_0(t) = 0$, т.е. $\text{Ker} P_0 = \{0\}$. Покажем, что P_0 отображает $W_2^2((0, T); H)$ на $L_2((0, T); H)$, т.е. для любого $g \in L_2((0, T); H)$ существует вектор-функция $\omega(t) \in W_2^2((0, T); H)$ такая, что $P_0 \omega = g$. Пусть $\hat{g}_1(\xi)$ есть преобразование Фурье вектор-функции $g_1(t)$, которая является продолжением в $R = (-\infty, \infty)$ вектор-функции $g(t)$ из интервала $(0, T)$ как нулевая функция. Тогда вектор-функция

$$u_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi^2 E + A^2)^{-1} \hat{g}_1(\xi) e^{i\xi t} \, d\xi, \quad t \in R = (-\infty, +\infty),$$

принадлежит пространству $W_2^2(R; H)$ и удовлетворяет уравнению (3) почти всюду в $(0, T)$. Действительно, по теореме Планшереля

$$\|u_1(t)\|_{W_2^2(R; H)}^2 = \|u_1\|_{L_2(R; H)}^2 + \|C^2 u_1\|_{L_2(R; H)}^2 = \|\xi^2 \hat{u}_1(\xi)\|_{L_2(R; H)}^2 + \|A^2 \hat{u}_1(\xi)\|_{L_2(R; H)}^2, \quad (6)$$

где $\hat{u}_1(\xi) = (\xi^2 E + A^2)^{-1} \hat{g}_1(\xi)$. Так как

$$\begin{aligned} \|A^2 u_1(\xi)\|_{L_2(R; H)}^2 &= \|A^2 (\xi^2 E + A^2)^{-1} \hat{g}_1(\xi)\|_{L_2(R; H)}^2 \leq \sup_{\xi \in R} \|A^2 (\xi^2 E + A^2)^{-1}\| \cdot \\ &\|\hat{g}_1(\xi)\|_{L_2(R; H)} = \sup_{\xi \in R} \|A^2 (\xi^2 E + A^2)^{-1}\| \|g\|_{L_2((0, T); H)} \end{aligned} \quad (7)$$

Из спектрального разложения оператора A следует, что при любом $\xi \in R$

$$\begin{aligned} \|A^2 (\xi^2 E + A^2)^{-1}\| &= \sup_{\lambda \in \sigma(A)} \left| \lambda^2 (\xi^2 + |\lambda|^2 e^{2i\varphi})^{-1} \right| \leq \\ &\leq \sup_{|\lambda| \geq \mu_0 > 0, |\varphi| \leq \varepsilon} \left(|\lambda|^2 (\xi^2 + |\lambda|^2 \cos 2\varphi + i|\lambda|^2 \sin 2\varphi)^{-1} \right) \leq \\ &\leq \sup_{|\lambda| \geq \mu_0 > 0, |\varphi| \leq \varepsilon} \left(|\lambda|^2 (\xi^4 + |\lambda|^4 + 2\xi^2 |\lambda|^2 \cos 2\varphi)^{-1/2} \right) \leq \\ &\leq \sup_{|\lambda| \geq \mu_0 > 0} \left(|\lambda|^2 (\xi^4 + |\lambda|^4 + 2\xi^2 |\lambda|^2 \cos 2\varepsilon)^{-1/2} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Очевидно, что при $0 \leq \varepsilon \leq \pi/4$ число $\cos 2\varepsilon \geq 0$, поэтому при $|\lambda| \geq \mu_0 > 0$

$$|\lambda|^2 (\xi^4 + |\lambda|^4 + 2\xi^2 |\lambda|^2 \cos 2\varepsilon)^{-1/2} \leq |\lambda|^2 (\xi^4 + |\lambda|^4)^{-1/2} \leq 1, \quad (9)$$

а при $\pi/4 \leq \varepsilon < \pi/2$ число $\cos 2\varepsilon \leq 0$, поэтому при $|\lambda| \geq \mu_0 > 0$ по неравенству Коши

$$\begin{aligned} |\lambda|^2 (\xi^4 + |\lambda|^4 + 2\xi^2 |\lambda|^2 \cos 2\varepsilon)^{-1/2} &\leq |\lambda|^2 (\xi^4 + |\lambda|^4 + (\xi^4 + \lambda^4) \cos 2\varepsilon)^{-1/2} = \\ &= |\lambda|^2 (\xi^4 + |\lambda|^4)^{-1/2} (1 + \cos 2\varepsilon)^{-1/2} \leq \frac{1}{\sqrt{2} \cos \varepsilon}. \end{aligned} \quad (10)$$

Из (8) и (10) с учетом неравенства (7) получаем, что

$$\|A^2 \hat{u}_1(\xi)\|_{L_2(R; H)}^2 \leq c_0(\varepsilon) \|g\|_{L_2((0, T); H)}^2, \quad (11)$$

где

$$c_0(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varepsilon \leq \pi/4, \\ \frac{1}{\sqrt{2} \cos \varepsilon}, & \pi/4 \leq \varepsilon < \pi/2. \end{cases} \quad (12)$$

Аналогично доказывается, что

$$\|\xi^2 \hat{u}_1(\xi)\|_{L_2(R;H)}^2 \leq c_0(\varepsilon) \|g(t)\|_{L_2((0,T);H)}. \quad (13)$$

Таким образом, $u_1(t) \in W_2^2(R;H)$. Обозначим, сужение $u_1(t)$ на $(0, T)$ через $\xi_1(t)$. Очевидно, что $\xi_1(t) \in W_2^2((0, T); H)$. Тогда по теореме о следах получаем, что $\xi_1(0), \xi_1(T) \in H_{\frac{3}{2}}$. Теперь будем искать решение уравнения

$$P_0 u = g, \quad u \in \overset{0}{W}_2^2((0, T); H), \quad g \in L_2((0, T); H), \quad \text{в виде}$$

$$\omega(t) = \xi_1(t) + u_0(t),$$

где $u_0(t) = e^{-tA} x_0 + e^{-(T-t)A} x_1$, а $x_0, x_1 \in H_{\frac{3}{2}}$ - искомые векторы. Из условия

$\omega(t) \in \overset{0}{W}_2^2((0, T); H)$ следует, что

$$u_0(0) = -\xi_1(0), \quad u_0(T) = -\xi_1(T),$$

т.е. для определения x_0 и x_1 получаем систему уравнений

$$x_0 + e^{-TA} x_1 = -\xi_1(0), \quad e^{-TA} x_0 + x_1 = -\xi_1(T).$$

Следовательно, $x_0 = -\xi_1(0) + e^{-TA} (\xi_1(T) + e^{-TA} x_0)$ или

$$(E - e^{-2TA}) x_0 = -\xi_1(0) + e^{-TA} \xi_1(T), \quad \text{т.е.}$$

$$x_0 = (E - e^{-2TA})^{-1} (-\xi_1(0) + e^{-TA} \xi_1(T)) \in H_{\frac{3}{2}}.$$

Аналогично находим, что $x_1 = -\xi_1(T) + e^{-TA} x_0 \in H_{\frac{3}{2}}$. Таким образом,

$\omega(t) \in \overset{0}{W}_2^2((0, T); H)$. С другой стороны,

$$\|P_0 \omega\|_{L_2((0,T);H)}^2 = \|\omega'' + A^2 \omega\|_{L_2((0,T);H)}^2 \leq 2 \left(\|\omega''\|_{L_2((0,T);H)}^2 + \|A^2 \omega\|_{L_2((0,T);H)}^2 \right),$$

т.е. $P_0 : \overset{0}{W}_2^2(R_+; H) \rightarrow L_2((0, T); H)$ является непрерывным оператором. Тогда по теореме Банаха следует, что обратный оператор

$P_0^{-1} : L_2((0, T); H) \rightarrow \overset{0}{W}_2^2((0, T); H)$ также непрерывен. Теорема доказана.

Теперь займёмся решением задачи (1), (2).

Имеет место

Теорема 2. Пусть выполняются условия 1), 2) и имеет место неравенство

$$\alpha = c_0(\varepsilon)\|A_2A^{-2}\| + c_1(\varepsilon)\|A_1A^{-1}\| < 1, \quad (14)$$

где $c_0(\varepsilon)$ определен из равенства (12), а $c_1(\varepsilon) = \frac{1}{2\cos\varepsilon}$. Тогда задача (1), (2) регулярно разрешима.

Доказательство. После замены $u(t) = \omega(t) + u_0(t)$, где $u_0(t)$ определяется из равенства (5), мы получаем для $\omega(t)$ задачу

$$P(d/dt)\omega(t) = \psi(t), \quad (15)$$

$$\omega(0) = 0, \quad \omega(T) = 0, \quad (16)$$

где $\psi(t) = -A_1u_0'(t) - A_2u_0(t) + f(t) \in L_2((0, T); H)$.

Напишем задачу (15), (16) в виде уравнения $P\omega = P_0\omega + P_1\omega = \psi$, где

$$P_0 = -\omega'' + A^2\omega, \quad P_1\omega = A_1\omega' + A_2\omega, \quad \omega \in \overset{0}{W}_2((0, T); H), \quad \psi \in L_2((0, T); H).$$

При этом мы показали, что $P_0^{-1} : L_2((0, T); H) \rightarrow \overset{0}{W}_2((0, T); H)$ ограничен.

Тогда из уравнения $P_0\omega + P_1\omega = \psi$ после замены $\omega = P_0^{-1}\nu$ получаем уравнение

$$\nu + P_1P_0^{-1}\nu = \psi \quad (17)$$

в пространстве $L_2((0, T); H)$. Очевидно, что для доказательства теоремы достаточно доказать, что $\|P_1P_0^{-1}\| < 1$. Так как при любом $\nu \in L_2((0, T); H)$ имеет место неравенство

$$\begin{aligned} \|P_1P_0^{-1}\nu\|_{L_2((0, T); H)} &= \|P_1\omega\|_{L_2((0, T); H)} = \|A_1\omega' + A_2\omega\|_{L_2((0, T); H)} \leq \\ &\leq \|A_1A^{-1}\| \|A\omega'\|_{L_2((0, T); H)} + \|A_2A^{-2}\| \|A^2\omega\|_{L_2((0, T); H)}, \end{aligned} \quad (18)$$

то надо оценить нормы $\|A\omega'\|$ и $\|A^2\omega\|$ при $\omega \in \overset{0}{W}_2((0, T); H)$. Ясно, что

$$\begin{aligned} \omega &\in \overset{0}{W}_2((0, T); H) \\ \|P_0\omega\|_{L_2((0, T); H)}^2 &= \|A^2\omega\|_{L_2((0, T); H)}^2 + \|\omega''\|_{L_2((0, T); H)}^2 + 2\operatorname{Re}(A^2\omega, \omega'')_{L_2((0, T); H)} = \\ &= \|\omega\|_{\overset{0}{W}_2((0, T); H)}^2 + 2\operatorname{Re}(A^*\omega', A\omega)_{L_2(R_+; H)} \geq \|\omega\|_{\overset{0}{W}_2((0, T); H)}^2 + 2\cos 2\varepsilon \|A\omega'\|_{L_2((0, T); H)}^2 \end{aligned} \quad (19)$$

С другой стороны,

$$\begin{aligned} \|A\omega'\|_{L_2((0, T); H)}^2 &= \|C\omega'\|_{L_2((0, T); H)}^2 = \int_0^T (C\omega', C\omega') dt = -\int_0^T (C^2\omega, \omega'') dt \leq \\ &\leq \|C^2\omega\|_{L_2((0, T); H)} \|\omega''\|_{L_2((0, T); H)} \leq \frac{1}{2} \left(\|C^2\omega\|_{L_2((0, T); H)}^2 + \|\omega''\|_{L_2((0, T); H)}^2 \right) = \frac{1}{2} \|\omega\|_{\overset{0}{W}_2((0, T); H)}^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Учитывая неравенство (19) в (20) получаем

$$\|A\omega'\|_{L_2((0,T);H)}^2 = \|C\omega'\|_{L_2((0,T);H)}^2 \leq \frac{1}{2} \left(\|P_0\omega\|_{L_2((0,T);H)}^2 - 2\cos 2\varepsilon \|A\omega'\|_{L_2((0,T);H)}^2 \right)$$

или

$$\|A\omega'\|_{L_2((0,T);H)}^2 \leq \frac{1}{2} (1 + \cos 2\varepsilon)^{-1} \|P_0\omega\|_{L_2((0,T);H)}^2 = \frac{1}{4\cos^2 \varepsilon} \|P_0\omega\|_{L_2((0,T);H)}^2. \quad (21)$$

Далее из неравенства (19) при $0 \leq \varepsilon \leq \pi/4$ следует, что

$$\|A^2\omega\|_{L_2((0,T);H)} \leq \|P_0\omega\|_{L_2((0,T);H)}. \quad (22)$$

При $0 \leq \varepsilon \leq \pi/4$ число $\cos 2\varepsilon < 0$, поэтому, учитывая неравенство (21) в (19), получаем

$$\|P_0\omega\|_{L_2((0,T);H)}^2 \geq \|\omega\|_{W_2^2((0,T);H)}^2 + 2\cos 2\varepsilon \frac{1}{4\cos^2 \varepsilon} \|P_0\omega\|_{L_2((0,T);H)}^2$$

или

$$\|\omega\|_{W_2^2((0,T);H)}^2 \leq \left(1 - \frac{\cos 2\varepsilon}{2\cos^2 \varepsilon} \right) \|P_0\omega\|_{L_2((0,T);H)}^2 = \frac{1}{2\cos^2 \varepsilon} \|P_0\omega\|_{L_2((0,T);H)}^2. \quad (23)$$

Таким образом, из неравенств (21), (22) и (23) следует, что при

$\omega \in W_2^2((0,T);H)$ имеют место неравенства

$$\|A\omega'\|_{L_2(R_+;H)} \leq c_1(\varepsilon) \|P_0\omega\|_{L_2((0,T);H)} = \frac{1}{2\cos \varepsilon} \|P_0\omega\|_{L_2((0,T);H)} \quad (24)$$

и

$$\|A^2\omega\|_{L_2((0,T);H)} \leq c_0(\varepsilon) \|P_0\omega\|_{L_2((0,T);H)}. \quad (25)$$

Учитывая неравенства (24) и (25) в (18) имеем

$$\begin{aligned} \|P_1 P_0^{-1} v\|_{L_2((0,T);H)} &\leq (c_1(\varepsilon) \|A_1 A^{-1}\| + c_0(\varepsilon) \|A_2 A^{-2}\|) \|P_0\omega\|_{L_2((0,T);H)} = \\ &= (c_1(\varepsilon) \|A_1 A^{-1}\| + c_0(\varepsilon) \|A_2 A^{-2}\|) \|v\|_{L_2((0,T);H)} < \alpha \|v\|_{L_2((0,T);H)}. \end{aligned}$$

Таким образом, оператор $E + P_1 P_0^{-1}$ обратим в пространстве $L_2((0,T);H)$.

Тогда $\omega = P_0^{-1} (E + P_1 P_0^{-1})^{-1} \psi$, а регулярное решение задачи (1), (2)

$u(t) = \omega(t) + u_0(t)$. Очевидно, что

$$\|u(t)\|_{W_2^2((0,T);H)} \leq \text{const} \left(\|f\|_{L_2((0,T);H)} + \|\varphi_0\|_{\frac{3}{2}} + \|\varphi_1\|_{\frac{3}{2}} \right). \text{ Теорема доказана.}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения, М.: Мир, 1971, 371с.
2. Гасымов М.Г., Мирзоев С.С. О разрешимости краевых задач операторно-дифференциальных уравнений эллиптического типа второго порядка // Дифференц.уравнения 1992, т.28, №4, с.651-661.
3. Мирзоев С.С., Гулиева Ф.А. О полноте элементарных решений одного класса опера-

- торно-дифференциальных уравнений второго порядка с операторными коэффициентами // Математические заметки, 2009, т.86, №5, с.797-800.
4. Мирзоев С.С., Велиев С.Г. О решениях одного класса операторно-дифференциальных уравнений второго порядка в классе голоморфных вектор-функций // Украинский математ. журнал, 2010, т.62, №6, с.801-813.
 5. Алиев А.Р., Мирзоев С.С. К теории разрешимости краевых задач для одного класса операторно-дифференциальных уравнений высокого порядка // Функциональный анализ и его приложения, 2010, т.44, №3, с.63-65.
 6. Мирзоев С.С., Алиев А.Р., Рустамова Л.А. Об условиях разрешимости краевой задачи для эллиптического операторно-дифференциального уравнения с разрывным коэффициентом // Математические заметки, 2012, т.92, №5, с.789-793.
 7. Mirzoyev S.S., Rustamova L.A. On solvability of on boundary value problem for operator differential equations of the second order with discontinuous coefficient // An International Journal of Applied and Computation Mathematics, 2006, v.5, №2, p.191-200.
 8. Мирзоев С.С., Салимов М.Ю. О разрешимости краевой задачи для уравнения второго порядка в гильбертовом пространстве с операторным коэффициентом в краевом условии // Математические заметки, 2012, т.91, №6, с.861-869.

İKİTƏRTİBLİ OPERATOR-DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN BİR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN KORREKT HƏLL OLUNMASI HAQQINDA

S.S.MİRZƏYEV, M.D.KARAASLAN

XÜLASƏ

Məqalədə sonlu parçada ikitərtibli elliptik tip operator-diferensial tənliklər üçün bir sərhəd məsələsinin rəqulyar həllini təmin edən kafi şərtlər tapılmışdır. Bu şərtlər tənliyin əmsallarındakı operatorların spektral xassələri ilə ifadə olunur.

Açar sözlər: operator-diferensial tənlik, rəqulyar həll, Hilbert fəzası, sərhəd məsələsi, normal operator.

ON CORRECT SOLVABILITY OF ONE BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE SECOND ORDER OPERATOR-DIFFERENTIAL EQUATIONS

S.S.MIRZAYEV, M.D.KARAASLAN

SUMMARY

In the paper, sufficient conditions for existence and uniqueness of regular solution of one boundary value problem for a second order elliptic type operator-differential equation on a finite interval are obtained. These conditions are expressed in terms of the properties of the coefficient of a given operator-differential equation.

Key words: operator-differential equation, regular solution, Hilbert space, boundary value problem, normal operator.

Поступила в редакцию: 04.03.2013 г.

Подписано к печати: 24.05.2013 г.